M2 向量夾角、面積與投影練習 / M2 vector angles, area and projection

SketchMath 原創中英練習 / Original bilingual practice · Not official HKEAA papers

以下取 a=(1,2,2)、b=(2,0,1)。夾角用純量積，面積用向量積，投影需分清方向。
Use a=(1,2,2) and b=(2,0,1). Use the dot product for angles, cross product for area, and specify the projection direction.

1.

求 a 與 b 的夾角，以度表示。
Find the angle between a and b in degrees.

_____

_____

2.

求以 a、b 為鄰邊的三角形面積。
Find the area of a triangle with adjacent side vectors a and b.

_____

_____

3.

求 a 在 b 方向上的向量投影。
Find the vector projection of a onto b.

_____

_____

答案及詳解 / Worked solutions

1.

1. a・b=4；|a|=3；|b|=√5。
   a・b=4; |a|=3; |b|=√5.
2. cosθ=4/(3√5)。
   cosθ=4/(3√5).

θ≈53.40°。
θ≈53.40°.

2.

1. a×b=(2,3,−4)，模為 √29。
   a×b=(2,3,−4), with magnitude √29.
2. 面積=(1/2)|a×b|。
   Area=(1/2)|a×b|.

√29/2 平方單位。
√29/2 square units.

3.

1. proj_b a = [(a・b)/|b|²]b。
   proj_b a = [(a・b)/|b|²]b.
2. 係數為 4/5，乘 b=(2,0,1)。
   The coefficient is 4/5; multiply b=(2,0,1).

(8/5,0,4/5)。
(8/5,0,4/5).