M2 矩陣與聯立方程練習 / M2 matrices and simultaneous equations

SketchMath 原創中英練習 / Original bilingual practice · Not official HKEAA papers

先檢查行列式；只有非奇異矩陣才有逆矩陣。
Check the determinant first; only nonsingular matrices have inverses.

1.

A 的兩行為 (2,1)、(1,1)。求 det A 及 A^{-1}。
A has rows (2,1) and (1,1). Find det A and A^{-1}.

_____

_____

2.

用上題的逆矩陣解 2x+y=5、x+y=3。
Use the inverse above to solve 2x+y=5 and x+y=3.

_____

_____

3.

B 的兩行為 (1,k)、(2,4)。B 何時是奇異矩陣？
B has rows (1,k) and (2,4). When is B singular?

_____

_____

答案及詳解 / Worked solutions

1.

1. det A = 2×1−1×1 = 1。
   det A = 2×1−1×1 = 1.
2. 交換對角項，把非對角項變號，再除以 det A。
   Swap diagonal entries, negate off-diagonal entries and divide by det A.

det A=1；A^{-1} 的兩行為 (1,−1)、(−1,2)。
det A=1; A^{-1} has rows (1,−1), (−1,2).

2.

1. $A(x,y)^T = (5,3)^T$。
   $A(x,y)^T = (5,3)^T$.
2. 乘 A^{-1}：x=5−3，y=−5+6。
   Multiply by A^{-1}: x=5−3, y=−5+6.

x=2，y=1。
x=2, y=1.

3.

1. det B = 4−2k。
   det B = 4−2k.
2. 4−2k=0，故 k=2。
   4−2k=0, so k=2.

k=2；此時沒有逆矩陣。
k=2; the inverse does not exist then.