M2 特殊極限與積分練習 / M2 special limits and integration

SketchMath 原創中英練習 / Original bilingual practice · Not official HKEAA papers

三角極限使用弧度；分部積分後微分檢查；面積先確認上下曲線。
Use radians in trigonometric limits, differentiate to check integration, and identify upper/lower curves for area.

1.

求 $\lim_{x\to 0} \sin(3x)/x$，x 以弧度量度。
Evaluate $\lim_{x\to 0} \sin(3x)/x$, with x in radians.

_____

_____

2.

求 $\int x e^{x}\,dx$。
Find $\int x e^{x}\,dx$.

_____

_____

3.

求 $0\le x\le 1$ 內 $y=x$ 與 $y=x^2$ 之間的面積。
Find the area between $y=x$ and $y=x^2$ for $0\le x\le 1$.

_____

_____

答案及詳解 / Worked solutions

1.

1. sin(3x)/x = 3[sin(3x)/(3x)]。
   sin(3x)/x = 3[sin(3x)/(3x)].

2. 括號內極限為 1。
   The bracketed limit is 1.

3。
3.

2.

1. du=dx，v=e^x；積分為 $xe^x - \int e^x\,dx$。
   du=dx, v=e^x; the integral is $xe^x - \int e^x\,dx$.

2. 微分 $(x-1)e^x$，得 $e^x+(x-1)e^x=xe^x$。
   Differentiating $(x-1)e^x$ gives $e^x+(x-1)e^x=xe^x$.

$(x-1)e^x + C$。
$(x-1)e^x + C$.

3.

1. 面積 = $\int_0^1 (x-x^2)\,dx$。
   Area = $\int_0^1 (x-x^2)\,dx$.

2. 代入原函數 $x^2/2 - x^3/3$，得 1/2−1/3。
   Evaluate $x^2/2 - x^3/3$ to obtain 1/2−1/3.

1/6 平方單位。
1/6 square unit.